埼玉県 北本市立東中学校 1年 保科光

フィボナッチ数とは何か

フィボナッチ数とは1を2つ並べて、1+1=2, 1+2=3, 2+3=5, 3+5=8のように次の数を求めると、1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89…のようになり、これを「フィボナッチ数例」という。ここに出てきた数字が「フィボナッチ数」である。フィボナッチ数は、1,1と並べた後に、最後の2つの和を求めることで出来あがる。フィボナッチ数例は、1202年の「計算の書」という本にでてきたのが最初で「うさぎのつがいの問題」に出てきた。

計算の書は、「レオナルド・ピサノ(ピサ人レオナルド)」という人が書いたもので、レオナルド・ピサ)は、18世紀ごろに、フィボナッチと呼ばれるようになった。これがフィボナッチ数の名前の由来である。

黄金分割とフィボナッチ数

長方形から短辺を一辺とする正方形を切り取ったとき残る長方形がもとの長方形と同じ形になるとき長方形の縦と横の比を「黄金比」といいこの長方形は「黄金長方形」である。もとの長方形から、切り取る正方形の一辺で分割するため「黄金分割」といわれる。黄金比を求めると、1.6180339887…という数になる。これを「黄金数」という。

フィボナッチ数と黄金数には、深い関係があり、隣りあうフィボナッチ数の比は、1,2,1.5,1.666…,1.61538…1.61904…とだんだん黄金数1.61803…に近ずいていくのが分かる。黄金分割は紀元前5世紀と、とても古い時代から知られていた。このようにフィボナッチ数はとても美しい数なのである。

自然の中のフィボナッチ数

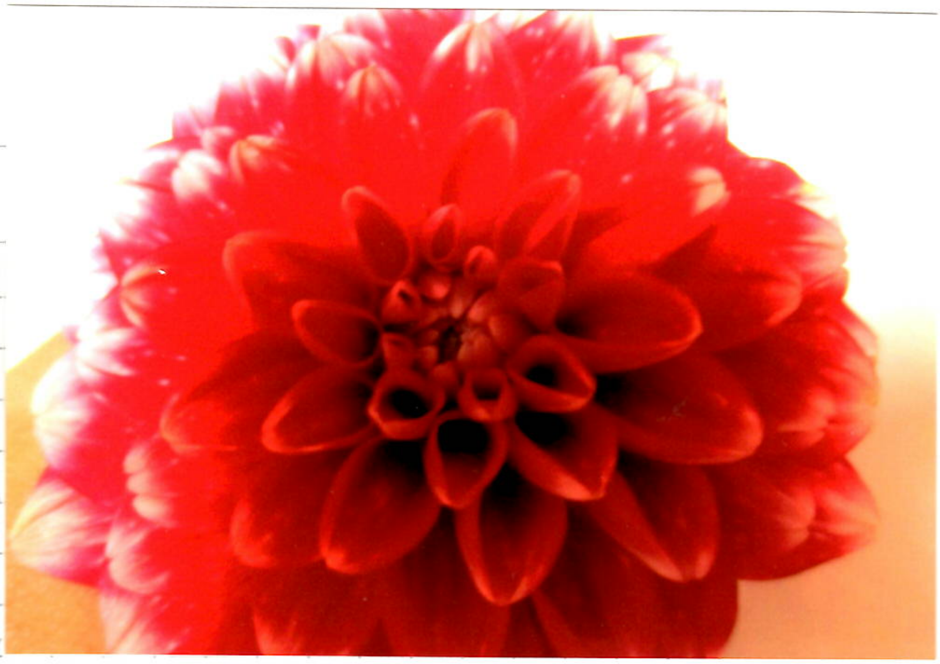
花弁の数はフィボナッチ数になっているものが多いと教えていただいたので、様々な花で花弁の枚数を数えてフィボナッチ数を探してみた。ダリア、菊、ガーベラの花弁を一枚一枚取りはずし黒い紙の上に十枚のかたまりにして数える。結果は、ダリアが144枚でフィボナッチ数

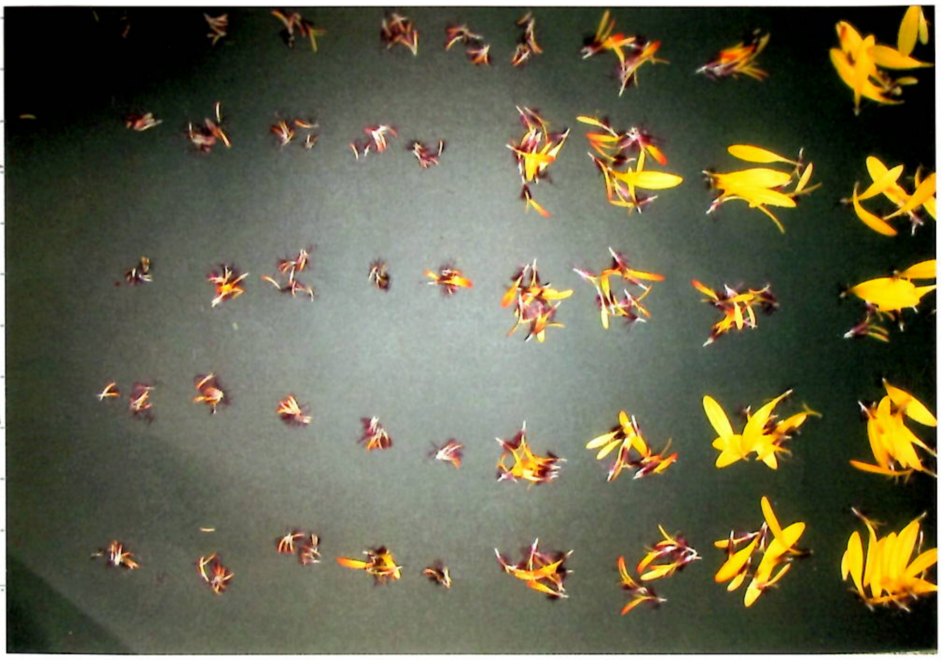
になっていた。こんなに花弁が多くても、フィボナッチ数になっていることはとてもおもしろいと思った。

　また、菊の花は、非常に多く、617枚だった。フィボナッチ数ではないが610に近く、フィボナッチ数からはずれる7枚は、他の花弁より、大きさも小さく形も丸い。

　ガーベラの花弁は462枚だった。フィボナッチ数ではなかったので残念だったが、数を知れたので良かった。

　また、マツのりん片の数にもフィボナッチ数がかくされていると教わったので、マツカサの細長い種類ではどうなのか気になり数えてみた。すると時計回りで例を数えると、34のりん片があり、反時計回りで数えると、21のりん片、縦に近い時計回りで数えると、13のりん片があり、





どれもフィボナッチ数になっているということが分かった。ふ通の松ぼっくりだけでなく細長い種類のものもフィボナッチ数があったので、また別の種類のものを見つけたらフィボナッチ数になっているのか調べたい。

——の方向には13、
——の方向には21
——の方向には34
のりん片があって、
これらの3つのフィボナッチ数は、となり合っている。

多くの植物の葉は、ら線階段のように、ぐるぐる回りながら付いていて、ここにフィボナッチ数がある。

リュウカデンドロン(右)の葉は、1周回り、3枚目の葉で、もとの葉と重なるようになっている。また、オオカナダモ(アナカリス)の葉は、2周回って、5枚目の葉でもとの葉と重なっている。1と3、2と5は、それぞれ1つとばしたフィボナッチ数になっている。このことから、フィボナッチ数は、とても都合の良い数字であると考えることができる。花や松のりん片葉を見つけたら、フィボナッチ

数が確かめてみたいと思う。

フィボナッチ数の決まり

フィボナッチ数には、次のような決まりがある。

①フィボナッチ数は、5つごとに5の倍数がでてくる。

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987

5の倍数

② $F_n^2 + F_{n+1}^2 = F_{2n+1}$

(n番目に出てきたフィボナッチ数をF_nと書く)

となり同うフィボナッチ数をそれぞれ2乗して和を求めると、2n+1のフィボナッチ数が出てくる。

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55

$1^2+1^2=2$　$1^2+2^2=5$　$2^2+3^2=13$　$3^2+5^2=34$

フィボナッチ数が一つとばしながら出てくる。

③ $F_{n+1}^2 - F_{n+1}^2 = F_{2n}$

一つとばして出てくるフィボナッチ数をそれぞれ2乗し差を求めると2n番目のフィボナッチ数が出てくる。

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55

$2^2-1^2=3$　$3^2-1^2=8$　$5^2-2^2=21$　$8^2-3^2=55$

今度は②の決まりで出てこなかったフィボナッチ数が出てくる。

④ $F_{n-1} + F_{n+1} = L_n$

(リュカ数は、1, 3と並べた後フィボナッチ数と同じようにしてつくる。)

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76

一つとばしたフィボナッチ数の和を求めるとリュカ数がでてくる。

$1+2=3$　$1+3=4$　$2+5=7$　$3+8=11$

感想

花びらの数がフィボナッチ数になっているのは、多くてもひまわりの55枚くらいだろうと思っていたので、もっと多いフィボナッチ数を見つけることができたのでとてもうれしかった。また、松のりん片や葉のつき方のフィボナッチ数もおもしろいと思ったのでもっと多くのフィボナッチ数を見つけたい。

また、フィボナッチ数は、公式がたくさんあって、黄金数にも関係しているのでとても美しく、規則正しい数だと分かった。黄金数と関係している事や、公式の多いことは全く知らなかったので教えていただけて良かった。もっとフィボナッチ数を見つけたい。